

بسمه تعالی

## مدلسازی و شبیه سازی مخازن

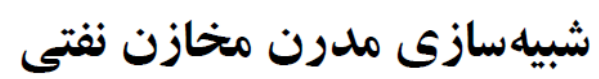
۵۶/ ۱

دانشگاه سمنان

دانشکده مهندسی نفت

۱۳۹۹

جلسه پنجم مجازی



## شبيه‌سازی مدرن مخازن نفتی

## جلسه پنجم: شبیه سازی آب- نفت - حل IMPES

قبلاً، معادله پیوستگی برای هر فاز سیال به عنوان معادلات جریان چند فازی برای لایه افقی و یک بعدی و دارای سطح مقطع جریان ثابت بیان شد:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(u_l \rho_l) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_l S_l) \quad l = o, w, g$$

## جلسه پنجم: شبیه سازی آب- نفت - حل IMPES

قبلاً، معادله پیوستگی برای هر فاز سیال به عنوان معادلات جریان چند فازی برای لایه افقی و یک بعدی و دارای سطح مقطع جریان ثابت بیان شد:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(u_l \rho_l) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_l S_l) \quad l = o, w, g$$

و معادلات داری متناظر برای هر فاز:

$$u_l = -\frac{kk_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \quad l = o, w, g$$

که

$$P_{cow} = P_o - P_w$$

$$P_{cog} = P_g - P_o$$

$$\sum_{l=o,w,g} S_l = 1$$

با در نظر گرفتن سیستم آب و نفت و جایگذاری معادلات داری متناظر و توصیفات سیال Black-oil در معادله پیوستگی و وارد کردن جمله تولید/ تزریق در آن، عبارت زیر برای سیستم دو فاز به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) - q'_o = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kk_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) - q'_w = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right)$$

که

$$P_{cow} = P_o - P_w \quad S_o + S_w = 1$$

با در نظر گرفتن سیستم آب و نفت و جایگذاری معادلات داری متناظر و توصیفات سیال Black-oil در معادله پیوستگی و وارد کردن جمله تولید/ تزریق در آن، عبارت زیر برای سیستم دو فازی به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) - q'_o = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kk_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) - q'_w = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right)$$

که

$$P_{cov} = P_o - P_w \quad S_o + S_w = 1$$

نفوذپذیریهای نسبی و فشارهای مؤینگی توابعی از اشباع‌شدگی آب هستند. در حالیکه ضرایب حجمی سازند، گرانیوهای و تخلخل توابعی از فشاراند. خواص سیال همان هستند که در سیستم سیال

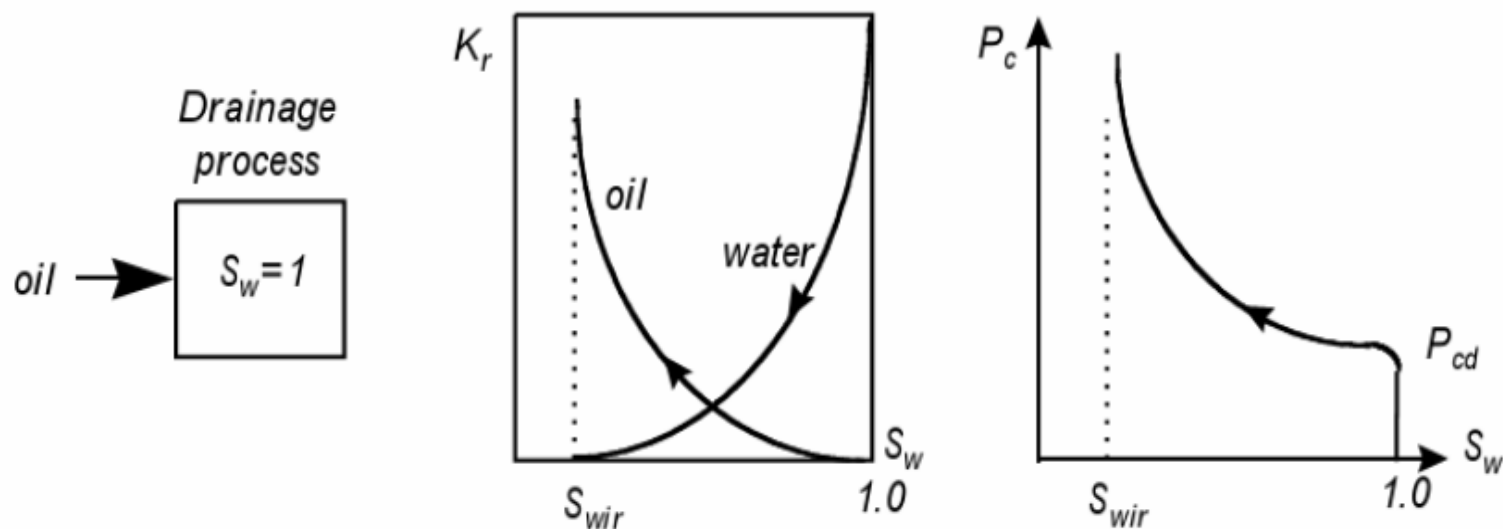
## مروری بر نفوذپذیری‌های نسبی و فشار موئینگی برای سیستم آب - نفت

ممکن است منحنی‌های آشام<sup>۱</sup> و ریزش<sup>۲</sup> در شبیه‌سازی سیستم آب - نفت، با توجه به نوع سیستم، مورد نیاز باشد. اگر چه مهم‌ترین فرآیند درجابجایی نفت توسط آب، آشام است اما در بعضی اوقات به دلیل اثرهای هندسی مخزن و یا تغییر در دبی تزریق یا تولید ممکن است فرآیند عکس، ریزش، اتفاق افتد.

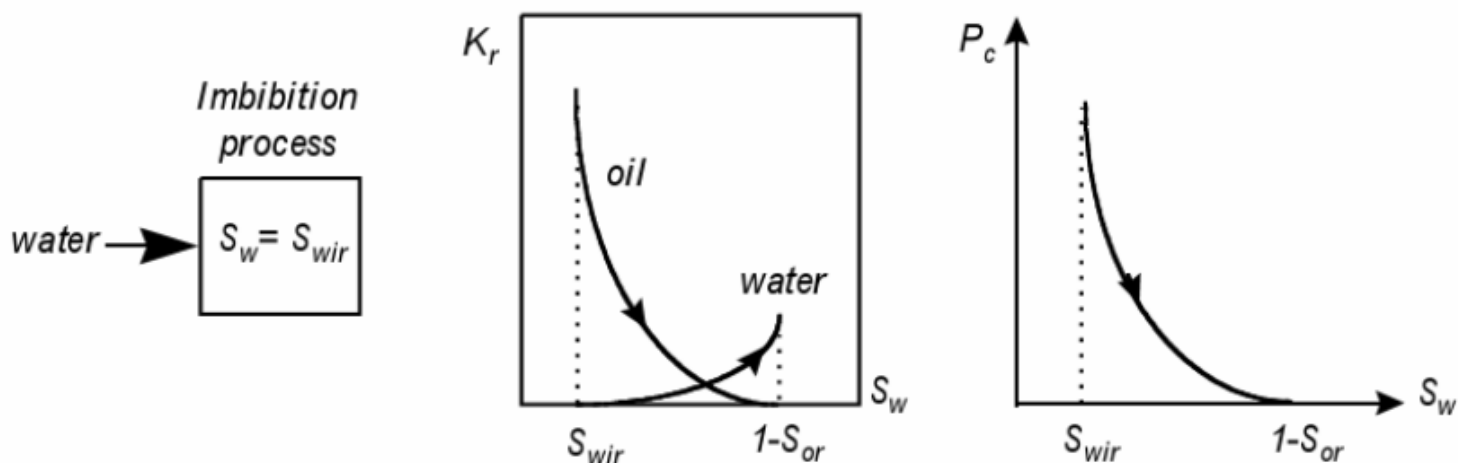
البته، اشباع‌شدگی اولیه سنگ ناشی از فرآیند ریزش در زمان تجمع نفت است. بنابراین، به منظور مقداردهی اولیه به اشباع‌شدگی، منحنی فشار موئینگی ریزش مورد نیاز است.

Imbibitions<sup>1</sup>  
Drainage<sup>2</sup>

برای سنگ متخلخل که در حالت اولیه با آب به طور کامل پر بوده و سپس آب موجود با نفت جابجا شده باشد، نمودارهای نفوذپذیری و فشار موئینگی به صورت زیر تعریف می‌شوند:



با اعمال عکس فرآیند فوق به سیستم، به وسیله تزریق آب برای جابجا کردن نفت، منحنی‌های آشام به دست می‌آیند:



منحنی‌های فوق نمونه‌ای کامل از سیستم ترشونده نسبت به آب<sup>۳</sup> هستند. برای سیستم‌های با خاصیت ترشوندگی کمتر نسبت به آب، نمودار مؤئینگی دارای یک قسمت منفی در اشباع‌شدگی بالای آب است. شکل نمودار بستگی به سنگ و خصوصیات ترشوندگی آن دارد.

## گسسته سازی معادلات

همانطور که برای سیستم یک فازی انجام داده ایم، از روش مشابهی را برای معادلات دو فازی استفاده خواهیم کرد.

جملات طرف چپ معادله جریان:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right)_i = T_{xo_{i+1/2}} (P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) - T_{xo_{i-1/2}} (P_{o_i} - P_{o_{i-1}})$$

9

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kk_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial P_w}{\partial x} \right)_i = T_{xw_{i+1/2}} (P_{w_{i+1}} - P_{w_i}) - T_{xw_{i-1/2}} (P_{w_i} - P_{w_{i-1}})$$

که برای مثال جمله عبورپذیری نفت در جهت مثبت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_{x_{o_{i+1/2}}} = \frac{2\lambda_{o_{i+1/2}}}{\Delta x_i \left( \frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}} \right)}$$

و جمله تحرک‌پذیری نفت به شکل زیر:

$$\lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}$$

در این مورد، جمله تحرک‌پذیری علاوه بر فشار تابعی از اشباع‌شدگی نیز است. بنابراین، این تابعیت در ارزیابی این جمله در شکل گسسته، اهمیت دارد.

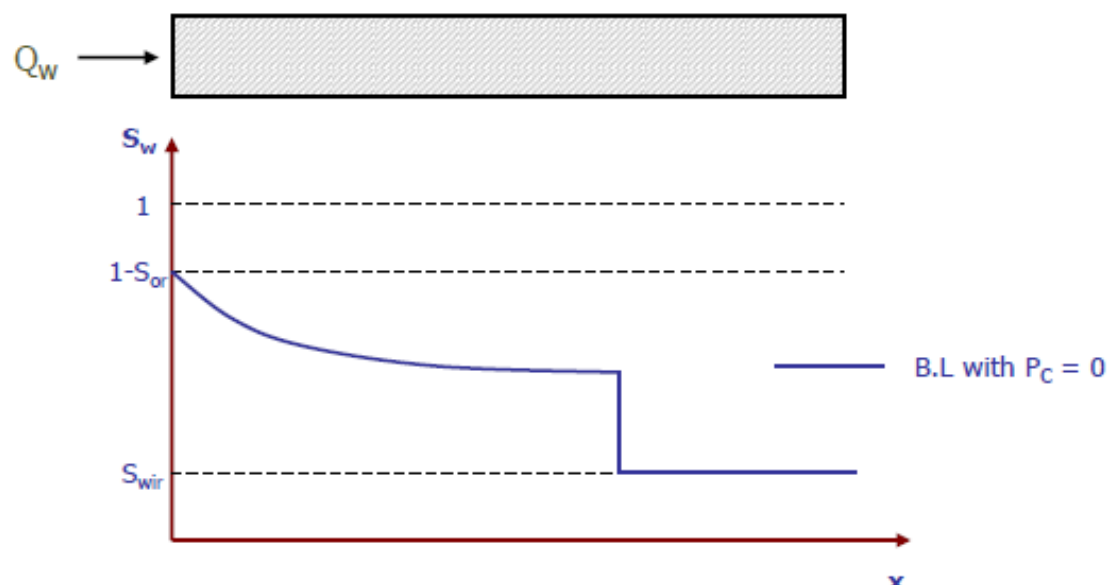
## جمله تحرک پذیری بالادستی<sup>۱</sup>

به خاطر وابستگی شدید جملات تحرک پذیری دو فازی به اشباع شدگی، این جملات در حل معادلات اثر بسیار بیشتری نسبت به حالت تک فازی خواهند داشت. با در نظر گرفتن حل Buckley-Leveret برای سیستم یک بعدی جابجایی نفت توسط آب، اثر تحرک پذیری روی حل اشباع شدگی نشان داده می شود:

---

<sup>1</sup> Upstream

### Buckley-Leverett solution:



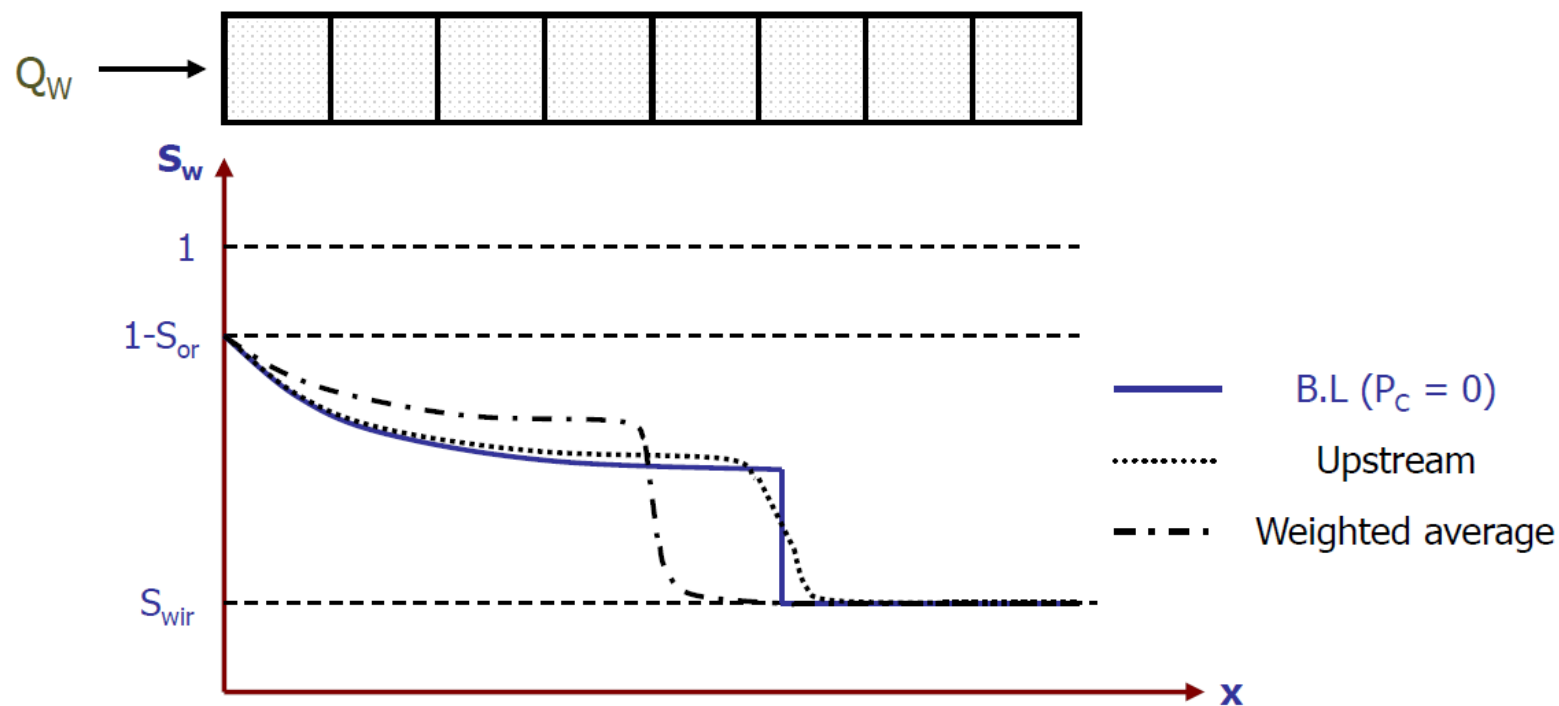
در اینجا، با نادیده گرفتن فشار موئینگی، آب در یک جبهه ناپیوسته در طول محیط متخلخل، همانگونه که در شکل بالا نشان داده شده است، حرکت می‌کند. در شبیه‌سازی این فرآیند، با استفاده از سیستم گسسته، نتایج با توجه به چگونگی محاسبه جمله تحرک‌پذیری فرق خواهند داشت.

دو مورد با استفاده از بلوک‌های  $i$  و  $i+1$  به عنوان مثال، مورد توجه قرار می‌گیرد:

$$\lambda_{o_{i+1/2}} = \lambda_{o_i} \quad (1) \text{ انتخاب بالادستی}$$

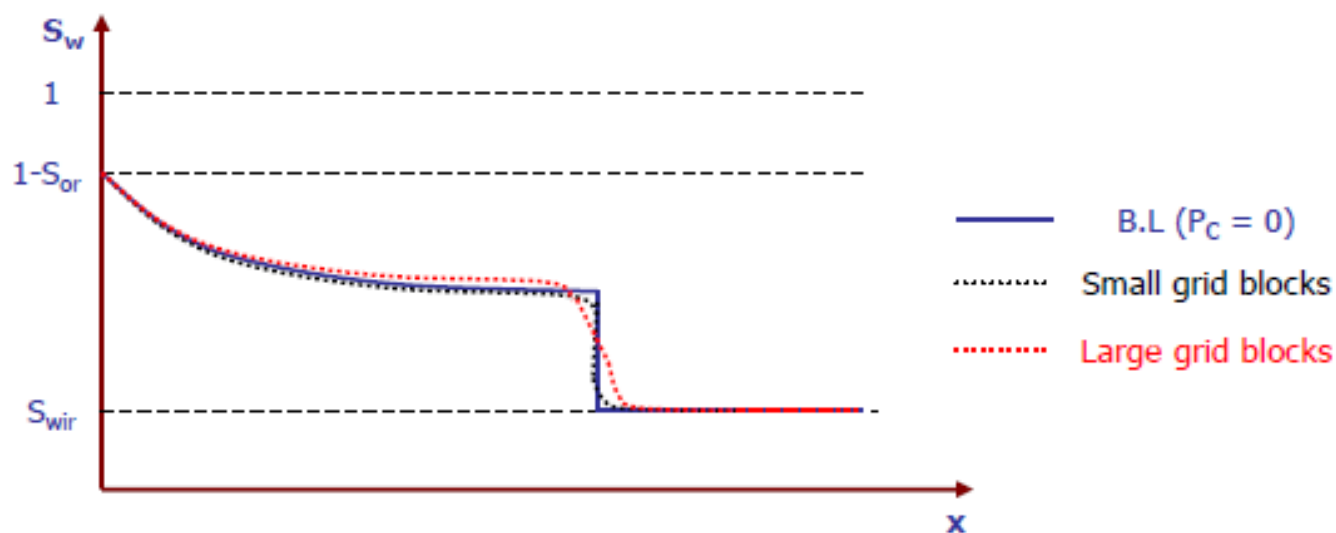
$$\lambda_{o_{i+1/2}} = \left( \Delta x_i \lambda_{o_i} + \Delta x_{i+1} \lambda_{o_{i+1}} \right) / (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \quad (2) \text{ انتخاب متوسط وزن دار}$$

پروفیل‌های اشباع‌شدگی ناشی از دو انتخاب فوق، توسط شبیه‌ساز محاسبه شده و در شکل بعدی



**In reservoir simulation, upstream mobilities are normally used.**

پروفیل‌های اشباع‌شدگی ناشی از دو انتخاب فوق، توسط شبیه‌ساز محاسبه شده و در شکل بعدی قرار داده شده‌اند. بدون هیچ تردیدی، انحراف از جواب دقیق بستگی به اندازه بلوک‌ها دارد. ممکن است اشباع‌شدگی آب در پشت جبهه ناپیوسته، برای بلوک‌های با اندازه بزرگ و انتخاب پایین‌دستی جمله تحرک‌پذیری، منفی محاسبه شود. البته برای بلوک‌های با اندازه بسیار ریز، تفاوت قابل ملاحظه‌ای در جواب محاسبه شده وجود نداشته باشد.



به دلیل آنکه در هر سه مورد مقدار آب تزریق شده برابر بوده است بنابراین تفاوتها فقط باید در مورد اشباع‌شدگی آب در جبهه رانش و محل جبهه رانش باشد. همچنین در هر سه مورد باید سطح زیر نمودار یکسان باشد. توضیح فیزیکی این پدیده‌ها، به ویژه در مورد تحرک‌پذیری متوسط وزن‌دار، آن است که دبی جریان نفت خارج شونده از هر بلوک، بیش از هر چیز، به نفوذپذیری نسبی نفت در آن بلوک بستگی دارد.

به ویژه، برای جریان بین بلوک‌های  $i$  و  $i+1$  نفوذپذیری نسبی مربوط به یک بلوک  $i$  وقتی حساب می‌شود که جریان در حال متوقف شدن باشد (به عبارت دیگر وقتی که بلوک به اشباع‌شدگی نفت باقیمانده<sup>۱</sup> برسد). اگر تحرک‌پذیری بر اساس متوسط وزن‌دار باشد، ممکن است اشباع‌شدگی نفت واقعاً به  $S_{or}$  برسد در حالیکه تحرک‌پذیری در بلوک  $i+1$  هنوز بزرگتر از صفر باشد. بنابراین جریان خارج شونده از بلوک  $i$  تا زمانی که نفوذپذیری نسبی در بلوک  $i+1$  بزرگتر از صفر است، متوقف نخواهد شد (در نتیجه مقدار  $k_{ro}$  صفر نمی‌شود در حالیکه مقدار واقعی آن صفر است). مثل همیشه، برای بلوک‌های با ابعاد ریز، ممکن است خطای حاصله کوچک باشد. اما در مورد ابعاد عملی، خطای به وجود آمده مهم خواهد بود.

بنابراین در شبیه‌سازی مخزن، معمولاً از تحرک‌پذیری بالادستی استفاده می‌شوند.

بنابراین در شبیه‌سازی مخزن، معمولاً از تحرک‌پذیری بالادستی استفاده می‌شوند.  
برای مثال در جهت مثبت برای جریان آب و نفت:

$$\lambda_{o_{i+1/2}} = \begin{cases} \lambda_{o_{i+1}} & \text{if } P_{o_{i+1}} \geq P_{o_i} \\ \lambda_{o_i} & \text{if } P_{o_{i+1}} < P_{o_i} \end{cases}$$

$$\lambda_{w_{i+1/2}} = \begin{cases} \lambda_{w_{i+1}} & \text{if } P_{w_{i+1}} \geq P_{w_i} \\ \lambda_{w_i} & \text{if } P_{w_{i+1}} < P_{w_i} \end{cases}$$

جمله سمت راست

جمله سمت راست به صورت زیر بسط داده می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right) = \frac{\phi}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial t} + S_o \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi}{B_o} \right)$$

به دلیل آنکه جمله دوم سمت راست عبارت فوق با جمله سمت راست معادله تک فازي یکی است به طور مستقیم عبارت زیر را می‌نویسیم:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi}{B_o} \right)_i = \frac{\phi_i}{\Delta t} \left[ \frac{c_r}{B_o} + \frac{d(1/B_o)}{dP_o} \right]_i (P_{o_i} - P_{o_i}^t)$$

برای جمله اول، اشباع‌شدگی نفت را با اشباع‌شدگی آب:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial S_o}{\partial t}$$

.....

بنابراین، از تقریب استاندارد پسرو مرتبه اول برای مشتق زمان استفاده می‌کنیم:

$$\left( \frac{\phi}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial t} \right) \approx - \frac{\phi_i}{B_{o_i} \Delta t} (S_{w_i} - S_{w_i}^t)$$

پس، شکل کامل تفاضل برای جمله سمت راست معادله نفت به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)_i \approx C_{poo_i} (P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{swo_i} (S_{w_i} - S_{w_i}^t)$$

که

$$C_{poo_i} = \frac{\phi_i (1 - S_{w_i})}{\Delta t} \left[ \frac{c_r}{B_o} + \frac{d(1/B_o)}{dP_o} \right]_i$$

9

$$C_{swo_i} = - \frac{\phi_i}{B_{o_i} \Delta t}$$

برای معادله آب، روش مشابه‌ای استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) = \frac{\phi}{B_w} \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi}{B_w} \right)$$

جمله دوم سمت راست عبارت فوق به صورت زیر بسط می‌یابد:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi}{B_w} \right) = \frac{\partial}{\partial P_w} \left( \frac{\phi}{B_w} \right) \frac{\partial P_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial P_w} \left( \frac{\phi}{B_w} \right) \left( \frac{\partial P_o}{\partial t} - \frac{\partial P_{cow}}{\partial t} \right)$$

به دلیل آنکه فشار موئینگی تنها تابعی از اشباع‌شدگی آب است:

$$\frac{\partial P_{cow}}{\partial t} = \frac{\partial P_{cow}}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial t}$$

با استفاده از جملات تک فازی و تقریب‌های تفاضل استاندارد برای مشتقات جمله دوم سمت راست معادله آب داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) \approx C_{pow_i} (P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{sww_i} (S_{w_i} - S_{w_i}^t)$$

که

$$C_{pow_i} = \frac{\phi_i S_{w_i}}{\Delta t} \left[ \frac{c_r}{B_w} + \frac{d(1/B_w)}{dP_w} \right]_i$$

و

$$C_{sww_i} = -\frac{\phi_i}{B_{w_i} \Delta t} - \left( \frac{\partial P_{cow}}{\partial S_w} \right)_i C_{pow_i}$$

بنابراین، شکل گسسته معادلات آب و نفت به صورت زیر در می آید:

$$\begin{aligned}
 T_{xo_{i+1/2}} (P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) - T_{xo_{i-1/2}} (P_{o_i} - P_{o_{i-1}}) - q'_{o_i} \\
 = C_{poo_i} (P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{swo_i} (S_{w_i} - S_{w_i}^t) \quad i = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{xw_{i+1/2}} (P_{w_{i+1}} - P_{w_i}) - T_{xw_{i-1/2}} (P_{w_i} - P_{w_{i-1}}) - q'_{w_i} \\
 = C_{pow_i} (P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{sww_i} (S_{w_i} - S_{w_i}^t) \quad i = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

$$T_{xo_{i+1/2}} = \frac{2\lambda_{o_{i+1/2}}}{\Delta x_i \left( \frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}} \right)}$$

$$T_{xo_{i-1/2}} = \frac{2\lambda_{o_{i-1/2}}}{\Delta x_i \left( \frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i-1}}{k_{i-1}} \right)}$$

$$T_{xw_{i+1/2}} = \frac{2\lambda_{w_{i+1/2}}}{\Delta x_i \left( \frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{k_{i+1}} \right)}$$

$$T_{xw_{i-1/2}} = \frac{2\lambda_{w_{i-1/2}}}{\Delta x_i \left( \frac{\Delta x_i}{k_i} + \frac{\Delta x_{i-1}}{k_{i-1}} \right)}$$

$$\lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}$$

و جملات تحرک پذیری بالادستی:

$$\lambda_{o_{i+1/2}} = \begin{cases} \lambda_{o_{i+1}} & \text{if } P_{o_{i+1}} \geq P_{o_i} \\ \lambda_{o_i} & \text{if } P_{o_{i+1}} < P_{o_i} \end{cases}$$

$$\lambda_{o_{i-1/2}} = \begin{cases} \lambda_{o_{i-1}} & \text{if } P_{o_{i-1}} \geq P_{o_i} \\ \lambda_{o_i} & \text{if } P_{o_{i-1}} < P_{o_i} \end{cases}$$

$$\lambda_{w_{i+1/2}} = \begin{cases} \lambda_{w_{i+1}} & \text{if } P_{w_{i+1}} \geq P_{w_i} \\ \lambda_{w_i} & \text{if } P_{w_{i+1}} < P_{w_i} \end{cases}$$

$$\lambda_{w_{i-1/2}} = \begin{cases} \lambda_{w_{i-1}} & \text{if } P_{w_{i-1}} \geq P_{w_i} \\ \lambda_{w_i} & \text{if } P_{w_{i-1}} < P_{w_i} \end{cases}$$

و ضرایب طرف راست به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$C_{poo_i} = \frac{\phi_i (1 - S_{w_i})}{\Delta t} \left[ \frac{c_r}{B_o} + \frac{d(1/B_o)}{dP_o} \right]_i$$

$$C_{swo_i} = - \frac{\phi_i}{B_{o_i} \Delta t}$$

$$C_{pow_i} = \frac{\phi_i S_{w_i}}{\Delta t} \left[ \frac{c_r}{B_w} + \frac{d(1/B_w)}{dP_w} \right]_i$$

$$C_{sww_i} = \frac{\phi_i}{B_{w_i} \Delta t} - \left( \frac{\partial P_{cow}}{\partial S_w} \right)_i C_{pow_i}$$

سه جمله مشتق فوق به صورت زیراند:

$$\left[ \frac{d(1/B_o)}{dP_o} \right]_i, \left[ \frac{d(1/B_w)}{dP_w} \right]_i, \left( \frac{\partial P_{cow}}{\partial S_w} \right)_i$$

که همه آنها برای یک گام زمان به صورت عددی از دادهای ورودی فشار موئینگی و خواص PVT سیالات حساب می‌شوند

## شرایط مرزی

شرایط مرزی برای جریان‌های چند فازی مانند جریان تک فاز است با این تفاوت که در اینجا، دبی‌ها و فشارها می‌توانند برای هر فاز معین شوند. معمولاً، آب در شرایط دبی ثابت سطح یا فشار ته چاه ثابت تزریق می‌شود و نفت و آب در شرایط فشار ته چاه و دبی ثابت نفت در سطح و یا دبی ثابت مایع در سطح، تولید می‌شوند. گاهی اوقات نرخ ثابت تخلیه مخزن مد نظر است. یعنی آنکه، یا دبی تزریق آب با دبی نعین شده تولید مایع برابر است (که در آن صورت فشار متوسط مخزن تقریباً ثابت است) و یا آنکه دبی تولید مایع برابر است با دبی نعین شده تزریق آب است.

## دبی ثابت تزریق آب

این مورد ساده‌ترین شرط است. هم اکنون جمله دبی آب در معادله آب وارد شده است. بنابراین برای دبی تزریق ثابت (منفی)  $Q_{wi}$  در چاهی در بلوک  $i$ :

$$q'_{wi} = \frac{Q_{wi}}{A\Delta x_i}$$

فشار تزریق ته چاه بعد از حل معادلات در هر گام، به صورت تئوری از معادله چاه محاسبه می‌شود:

$$Q_{wi} = WC_i \lambda_{oi} (P_{wi} - P_{bhi})$$

ثابت چاه مانند جریان یک فازی تعریف می‌شود:

## دبی ثابت تزریق آب

این مورد ساده‌ترین شرط است. هم اکنون جمله دبی آب در معادله آب وارد شده است. بنابراین برای دبی تزریق ثابت (منفی)  $Q_{wi}$  در چاهی در بلوک  $i$ :

$$q'_{wi} = \frac{Q_{wi}}{A\Delta x_i}$$

فشار تزریق ته چاه بعد از حل معادلات در هر گام، به صورت تئوری از معادله چاه محاسبه می‌شود:

$$Q_{wi} = WC_i \lambda_{oi} (P_{wi} - P_{bhi})$$

ثابت چاه مانند جریان یک فازی تعریف می‌شود:

$$WC_i = \frac{2\pi k_i h}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

که  $r_w$  شعاع چاه و  $r_e$  شعاع ناحیه ریزش است که از رابطه تئوری زیر حساب می‌شود (با فرض

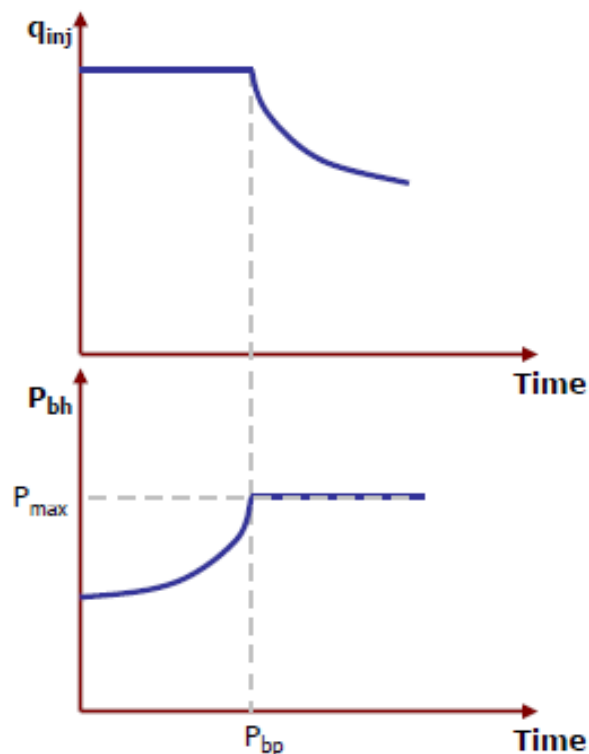
$$r_e = \sqrt{\frac{\Delta y \Delta x_i}{\pi}}$$

جریان شعاعی):

اما سیالات جابجا شونده در مخزن سبب ایجاد مقاومت برای سیال تزریق شده می‌شوند. بنابراین به عنوان تقریب بهتر، از مجموع تحرک‌پذیری‌های سیالات حاضر در بلوک تزریق، در معادله چاه استفاده می‌شود:

$$Q_{w_i} B_{w_i} = WC_i \left( \frac{k_{ro_i}}{\mu_{o_i}} + \frac{k_{rw_i}}{\mu_{w_i}} \right) (P_{w_i} - P_{bh_i})$$

$$Q_{w_i} = WC_i \left( \frac{B_{o_i}}{B_{w_i}} \lambda_{o_i} + \lambda_{w_i} \right) (P_{w_i} - P_{bh_i})$$



به وسیله این تقریب، تزریق در بلوکی که هیچ یا کمی آب در آن وجود دارد، بیش از هر چیز توسط تحرک پذیری نفت کنترل می شود. در مراحل بعدی، تحرک پذیری آب کنترل را در دست خواهد گرفت. چاه های تزریق، برای جلوگیری از شکافتن سازند ، دارای یک حد ماکزیمم در فشار تزریق ته چاه هستند. این مطلب در پایان هر گام باید بررسی شود و در صورت لزوم دبی تزریق کاهش یابد یا به جای دبی تزریق از فشار ثابت ته چاه استفاده شود.

$$Q_{w_i} = WC_i \left( \frac{B_{o_i}}{B_{w_i}} \lambda_{o_i} + \lambda_{w_i} \right) (P_{w_i} - P_{bh_i})$$

معمولا، فشار موئینگی در معادله چاه نادیده گرفته می‌شود. به ویژه در شبیه‌سازی مخزن در مقیاس میدان. بنابراین معادله چاه به صورت زیر می‌شود:

$$Q_{w_i} = WC_i \left( \frac{B_{o_i}}{B_{w_i}} \lambda_{o_i} + \lambda_{w_i} \right) (P_{o_i} - P_{bh_i})$$

اما، در شبیه‌سازی در مقیاس کوچک، مثل مغزه‌های استفاده شده در آزمایشهای آزمایشگاهی، ممکن است این مورد سبب خطای قابل توجهی شود.

تزریق در فشار ثابت ته چاه

تزریق در فشار ثابت ته چاه به وسیله فشار ثابت تزریق در پمپ تزریق در سطح یا توسط فشار هیدرواستاتیکی چاه پر شده از آب بدست می آید. دوباره از معادله چاه فوق استفاده می کنیم.

$$Q_{w_i} = WC_i \left( \frac{B_{o_i}}{B_{w_i}} \lambda_{o_i} + \lambda_{w_i} \right) (P_{w_i} - P_{bh_i})$$

و یا

$$Q_{w_i} = WC_i \left( \frac{B_{o_i}}{B_{w_i}} \lambda_{o_i} + \lambda_{w_i} \right) (P_{o_i} - P_{bh_i})$$

اگر فشار موئینگی در بلوک تزریق نادیده گرفته شود.

به دلیل آنکه فشار بلوک تزریق مجهول است، جملات متناظر باید در ضرایب مناسبی از معادلات جبری برای حل فشار، باید در نظر گرفته شود. با استفاده از معادله چاه فوق دبی تزریق واقعی در پایان محاسبات برای این گام، حساب می-شود.

## دبی ثابت تولید نفت

برای معادله نفت، این شرط مانند شرط دبی ثابت تزریق آب بررسی می‌شود. بنابراین برای دبی ثابت تولید نفت در سطح  $Q_{oi}$  در چاهی در بلوک  $i$ :

$$q'_{oi} = \frac{Q_{oi}}{A\Delta x_i}$$

به طور معمول، به همراه تولید نفت، آب نیز تولید می‌شود. بنابراین معادله آب نیز برای جمله دبی آب باید اصلاح شود:

$$q'_{wi} = q'_{oi} \frac{\lambda_{wi} (P_{wi} - P_{bh_i})}{\lambda_{oi} (P_{oi} - P_{bh_i})}$$

اگر فشار موئینگی نادیده گرفته شود معادله به شکل ساده زیر تبدیل می‌شود:

$$q'_{wi} = q'_{oi} \frac{\lambda_{wi}}{\lambda_{oi}}$$

فشار تولید ته چاه پس از حل معادلات جبری فشار در هر گام، توسط معادله چاه مربوط به نفت حساب می‌شود. کسر جزئی آب در سطح به قرار زیر است:

$$Q_{o_i} = WC_i \lambda_{o_i} (P_{o_i} - P_{bh_i})$$

چاه‌های تولید به منظور اهداف بالابری نفت، توسط مینیمم فشار ته چاه محدود شده‌اند. اگر چاهی به این حد برسد باید به چاهی با فشار ته چاه ثابت تبدیل شود. کسر جزئی آب در سطح:

$$f_{w_i} = \frac{q'_{w_i}}{q'_{w_i} + q'_{o_i}}$$

به طور معمول، به دلیل محدودیت در تجهیزات فرآیند، دبی چاه‌ها توسط ماکزیمم کسر جزئی آب محدود شده است. اگر چاهی در بلوکی به این محدودیت برسد، بلوکی که بالاترین مقدار کسر جزئی آب را دارد بسته می‌شود و یا آنکه دبی تولید را کاهش می‌دهند.

## دبی ثابت تولید مایع

در این مورد، مجموع دبی ثابت تولید مایع  $Q_{Li}$  (مثبت) در چاهی در بلوک  $i$

معین می‌شود.

$$Q_{Li} = Q_{o_i} + Q_{w_i}$$

با نادیده گرفتن فشار موئینگی داریم:

$$q'_{o_i} = \frac{\lambda_{o_i}}{\lambda_{o_i} + \lambda_{w_i}} \frac{Q_{Li}}{A\Delta x_i}$$

9

$$q'_{w_i} = \frac{\lambda_{w_i}}{\lambda_{o_i} + \lambda_{w_i}} \frac{Q_{Li}}{A\Delta x_i}$$

## تولید در نرخ ثابت تخلیه مخزن

این شرط به این گونه بیان می‌شود. فرض کنید دبی تزریق سطحی آب در بعضی از بلوک‌ها  $Q_{w_{inj}}$  ثابت باشد. تولید نفت به گونه‌ای است که حجم کل برداشت مایع از چاهی در بلوک  $i$ ، با کل حجم آب تزریق شده به مخزن برابر است (در نتیجه فشار در مخزن تقریباً ثابت باقی می‌ماند) بنابراین:

$$Q_{o_i} B_{o_i} + Q_{w_i} B_{w_i} = -Q_{w_{inj}} B_{w_{inj}}$$

دوباره با نادیده گرفتن فشار موئینگی داریم:

$$q'_{o_i} = \frac{\lambda_{o_i}}{\lambda_{o_i} B_{o_i} + \lambda_{w_i} B_{w_i}} \left( -Q_{w_{inj}} B_{w_{inj}} \right) / (A \Delta x_i)$$

و

$$q'_{w_i} = \frac{\lambda_{w_i}}{\lambda_{o_i} B_{o_i} + \lambda_{w_i} B_{w_i}} \left( -Q_{w_{inj}} B_{w_{inj}} \right) / (A \Delta x_i)$$

تولید در فشار ثابت ته چاه

با استفاده از یک چاه تولید در بلوک  $i$  با فشار ثابت ته چاه  $P_{bh_i}$  :

$$Q_{o_i} = WC_i \lambda_{o_i} (P_{o_i} - P_{bh_i})$$

و

$$Q_{w_i} = WC_i \lambda_{w_i} (P_{w_i} - P_{bh_i})$$

با جایگذاری در جملات جریان در معادلات جریان، داریم:

$$q'_{oi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi} (P_{o_i} - P_{bh_i})$$

$$q'_{wi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{wi} (P_{w_i} - P_{bh_i})$$

$$q'_{wi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{wi} (P_{wi} - P_{bh_i})$$

به دلیل آنکه جملات دبی دارای فشارهای مجهول هستند، در هنگام حل فشار، این فشارهای مجهول باید در ضرایب مناسب ماتریس وارد شوند.

دبی‌های واقعی در پایان هر گام زمانی توسط این معادلات محاسبه می‌شوند و همچنین کسر جزئی آب که معادله آن قبلاً بیان شده است.

**حل به روش IMPES**

## حل به روش IMPES

Discretized form of flow equations:

$$T_{xo_{i+\frac{1}{2}}}(P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) + T_{xo_{i-\frac{1}{2}}}(P_{o_{i-1}} - P_{o_i}) - q'_{oi} = C_{poo_i}(P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{sw_o_i}(S_{w_i} - S_{w_i}^t)$$

$$\begin{aligned} T_{xw_{i+\frac{1}{2}}}[(P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) - (P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i})] + T_{xw_{i-\frac{1}{2}}}[(P_{o_{i-1}} - P_{o_i}) - (P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i})] - q'_{wi} = \\ = C_{p_{ow_i}}(P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{sw_{w_i}}(S_{w_i} - S_{w_i}^t) \end{aligned}$$

Where:

$$i=1, \dots, N$$

## حل به روش IMPES

Discretized form of flow equations:

$$T_{xo_{i+\frac{1}{2}}}(P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) + T_{xo_{i-\frac{1}{2}}}(P_{o_{i-1}} - P_{o_i}) - q'_{oi} = C_{poo_i}(P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{\Delta wo_i}(S_{w_i} - S_{w_i}^t)$$

$$\begin{aligned} T_{xw_{i+\frac{1}{2}}}[(P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) - (P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i})] + T_{xw_{i-\frac{1}{2}}}[(P_{o_{i-1}} - P_{o_i}) - (P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i})] - q'_{wi} = \\ = C_{pwo_i}(P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{\Delta ww_i}(S_{w_i} - S_{w_i}^t) \end{aligned}$$

در معادلات فوق فشار نفت ( $P_{o_i}$ ) و اشباع‌شدگی آب ( $S_{w_i}$ ) متغیرهای اولیه مجهولند

- Oil pressures  $P_{oi}$ ,  $P_{oi-1}$ ,  $P_{oi+1}$
- Water saturation  $S_{wi}$

## حل به روش IMPES

Discretized form of flow equations:

$$T_{xo_{i+\frac{1}{2}}}(P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) + T_{xo_{i-\frac{1}{2}}}(P_{o_{i-1}} - P_{o_i}) - q'_{oi} = C_{poo_i}(P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{sw_o_i}(S_{w_i} - S_{w_i}^t)$$

$$\begin{aligned} T_{xw_{i+\frac{1}{2}}}[(P_{o_{i+1}} - P_{o_i}) - (P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i})] + T_{xw_{i-\frac{1}{2}}}[(P_{o_{i-1}} - P_{o_i}) - (P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i})] - q'_{wi} = \\ = C_{p_{ow_i}}(P_{o_i} - P_{o_i}^t) + C_{sw_{w_i}}(S_{w_i} - S_{w_i}^t) \end{aligned}$$

شوند. همه ضرایب این معادلات، ضرایب عبورپذیری و انباشتگی، توابعی از این مجهولاتند. همچنین فشارهای موئینگی در طرف چپ معادله آب توابعی از اشباع‌شدگی هستند. بنابراین معادلات، قبل از آنکه ضرایب و فشارهای موئینگی حساب شوند، نمی‌توانند حل شوند به مانند آنکه، این ضرایب و فشارهای موئینگی هم نمی‌توانند حساب شوند مگر آنکه فشارها و اشباع‌شدگی‌ها حل شوند. آشکارا

روشی مورد نیاز است که علاوه بر تکرار بر روی حل مجهولات با به روز کردن ضرایب و فشارهای موئینگی و با تکرار آن ، معادلات به جواب نهایی همگرا شوند. یا روش دیگری که فشارهای موئینگی و ضرایب را قبل از حل مشکلات تخمین زند. IMPES روش ساده ای است. این روش بطور گسترده استفاده می شود مخفف IMPES برای جمله روش فشار ضمنی و اشباع شدگی صریح به کار می رود. این روش با جزئیات کامل در زیر توصیف خواهد شد.

در روش IMPES کلید حل معما در تقریب ضرایب و فشارهای موئینگی نهفته است. به طور ساده این ضرایب در زمان  $t$  حساب می‌شوند. این کار ما را قادر می‌سازد تا فشارها و اشباع‌شدگی‌ها را بدون داشتن روش تکراری حل نمائیم. بنابراین فرضیات زیر انجام می‌شوند:

#### Assumption:

- All coefficients and capillary pressures are evaluated at time= $t$ .

$$T_{xo}^t, T_{xw}^t, C_{so}^t, C_{sw}^t, C_{po}^t, C_{pw}^t, P_{Cow}^t$$

$$\begin{aligned}
&T_{xo_{i+1/2}}^t \left( P_{o_{i+1}} - P_{oi} \right) + T_{xo_{i-1/2}}^t \left( P_{o_{i-1}} - P_{oi} \right) - q'_{oi} \\
&= C_{poo_i}^t \left( P_{o_i} - P_{o_i}^t \right) + C_{swoi}^t \left( S_{w_i} - S_{w_i}^t \right) \quad i = 1, \dots, N
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&T_{xw_{i+1/2}}^t \left[ \left( P_{o_{i+1}} - P_{oi} \right) - \left( P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i} \right)^t \right] \\
&+ T_{xw_{i-1/2}}^t \left[ \left( P_{o_{i-1}} - P_{oi} \right) - \left( P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i} \right)^t \right] - q'_{wi} \\
&= C_{pow_i}^t \left( P_{o_i} - P_{o_i}^t \right) + C_{swwi}^t \left( S_{w_i} - S_{w_i}^t \right) \quad i = 1, \dots, N
\end{aligned}$$

## حل فشار IMPES

به دلیل آنکه اشباع‌شدگی آب فقط در طرف راست دو معادله در  $S_{wi}$  ظاهر می‌شود، دو معادله فوق با هم ترکیب شده تا اشباع‌شدگی آب بطور کامل از مجهولات حذف شود:

$$\begin{aligned} & \left( T_{xo_{i+1/2}}^t + \alpha_i T_{xw_{i+1/2}}^t \right) (P_{oi+1} - P_{oi}) + \left( T_{xo_{i-1/2}}^t + \alpha_i T_{xw_{i-1/2}}^t \right) (P_{oi-1} - P_{oi}) \\ & - \alpha_i T_{xw_{i+1/2}}^t (P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i})^t - \alpha_i T_{xw_{i-1/2}}^t (P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i})^t \\ & - q'_{oi} - \alpha_i q'_{wi} = \left( C_{poo_i}^t + \alpha_i C_{pow_i}^t \right) (P_{oi} - P_o^t) \quad i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

که

$$\alpha_i = -C_{swo_i}^t / C_{sww_i}^t$$

بنابراین معادلات فشار را به قرار زیر به دست می‌آوریم:

$$a_i P_{o_{i-1}} + b_i P_{oi} + c_i P_{o_{i+1}} = d_i \quad i = 1, \dots, N$$

9

$$a_i = T_{xo_{i-1/2}}^t + \alpha_i T_{xw_{i-1/2}}^t$$

$$c_i = T_{xo_{i+1/2}}^t + \alpha_i T_{xw_{i+1/2}}^t$$

$$b_i = -\left(T_{xo_{i+1/2}}^t + T_{xo_{i-1/2}}^t + C_{poo_i}^t\right) - \alpha_i \left(T_{xw_{i+1/2}}^t + T_{xw_{i-1/2}}^t + C_{pow_i}^t\right)$$

$$d_i = -\left(C_{poo_i}^t + \alpha_i C_{pow_i}^t\right) P_{oi}^t + q'_{oi} + \alpha_i q'_{wi} + \alpha_i T_{xw_{i+1/2}}^t \left(P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i}\right)^t + \alpha_i T_{xw_{i-1/2}}^t \left(P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i}\right)^t$$

## اصلاحات برای شرایط مرزی

دیده شد که همه انواع دبی‌های مشخص شده برای شرایط چاه در جملات دبی  $q'_{o_i}$  و  $q'_{w_i}$  گنجانیده شده‌اند. با در نظر گرفتن گام زمانی قبلی ( $t$ ) به مانند سایر ضرایب IMPES، جملات دبی به طور مناسبی در جملات  $d_i$  معادله فوق منظور می‌شود. برای شرایط تزریق آب در فشار تعیین شده ته چاه، عبارت زیر به کار برده می‌شود (در این مورد فشار موئینگی حذف شده است اما به سادگی می‌توان آنرا وارد معادله کرد):

$$Q_{w_i} = WC_i \left( \frac{B_{o_i}}{B_{w_i}} \lambda_{o_i} + \lambda_{w_i} \right) (P_{o_i} - P_{bh_i})$$

در بلوکی با چنین چاهی، اصلاحات زیر برای ماتریس صرایب صورت می گیرد:

$$\begin{aligned}
 b_i = & - \left( T_{xo_{i+1/2}}^t + T_{xo_{i-1/2}}^t + C_{poo_i}^t \right) \\
 & - \alpha_i \left[ T_{xw_{i+1/2}}^t + T_{xw_{i-1/2}}^t + C_{pow_i}^t + \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \left( \frac{B_{oi}^t}{B_{wi}^t} \lambda_{oi}^t + \lambda_{wi}^t \right) \right] \\
 d_i = & - \left( C_{poo_i}^t + \alpha_i C_{pow_i}^t \right) P_{oi}^t - \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi}^t P_{bh_i} - \alpha_i \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \left( \frac{B_{oi}^t}{B_{wi}^t} \lambda_{oi}^t + \lambda_{wi}^t \right) P_{bh_i} \\
 & + \alpha_i T_{xw_{i+1/2}}^t \left( P_{cow_{i+1}} - P_{cow_i} \right)^t + \alpha_i T_{xw_{i-1/2}}^t \left( P_{cow_{i-1}} - P_{cow_i} \right)^t
 \end{aligned}$$

برای چاه تولیدی با فشار ثابت ته چاه داریم:

$$q'_{oi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi} (P_{oi} - P_{bh_i})$$

9

$$q'_{wi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{wi} (P_{wi} - P_{bh_i})$$

در بلوکی با چنین چاهی، اصلاحات زیر برای ماتریس صرایب صورت می گیرد:

$$b_i = - \left( T_{xo_{i+1/2}}^t + T_{xo_{i-1/2}}^t + C_{poo_i}^t \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi}^t \right) - \alpha_i \left( T_{xw_{i+1/2}}^t + T_{xw_{i-1/2}}^t + C_{pow_i}^t + \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{wi}^t \right)$$

$$d_i = - \left( C_{poo_i}^t + \alpha_i C_{pow_i}^t \right) P_{oi}^t - \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi}^t P_{bh_i} - \alpha_i \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{wi}^t P_{bh_i}$$

حال، معادله فشار را می توان با یکی از روشها حل کرد (مثلا روش گوس).

## حل اشباع شدگی با IMPES

با به دست آوردن فشارهای نفت از معادلات فوق، اشباع شدگی آب را می توان توسط معادلات آب و یا نفت به دست آورد. در زیر از معادلات نفت استفاده شده است.

$$T_{xo_{i+1/2}}^t (P_{oi+1} - P_{oi}) + T_{xo_{i-1/2}}^t (P_{oi-1} - P_{oi}) - q'_{oi} = C_{poo_i}^t (P_{oi} - P_{oi}^t) + C_{swo_i}^t (S_{wi} - S_{wi}^t) \quad i = 1, \dots, N$$

که با حل صریح آن برای اشباع شدگی آب داریم:

$$S_{wi} = S_{wi}^t + \frac{1}{C_{swo_i}^t} \left[ T_{xo_{i+1/2}}^t (P_{oi+1} - P_{oi}) + T_{xo_{i-1/2}}^t (P_{oi-1} - P_{oi}) - q'_{oi} - C_{poo_i}^t (P_{oi} - P_{oi}^t) \right] \quad i = 1, \dots, N$$

$$S_{w_i} = S_{w_i}^t + \frac{1}{C_{swoi}^t} \left[ T_{xo_{i+1/2}}^t (P_{o_{i+1}} - P_{oi}) + T_{xo_{i-1/2}}^t (P_{o_{i-1}} - P_{oi}) - q'_{oi} - C_{poo_i}^t (P_{o_i} - P_{oi}^t) \right] \quad i = 1, \dots, N$$

برای بلوک‌های که در آنها فشار معین شده است، اصلاحات زیر انجام می‌گیرد:

$$S_{w_i} = S_{w_i}^t + \frac{1}{C_{swoi}^t} \left[ T_{xo_{i+1/2}}^t (P_{o_{i+1}} - P_{oi}) + T_{xo_{i-1/2}}^t (P_{o_{i-1}} - P_{oi}) - \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi} (P_{oi} - P_{bh_i}) - C_{poo_i}^t (P_{o_i} - P_{oi}^t) \right] \quad i = 1, \dots, N$$

با به دست آمدن  $P_{oi}$  و  $S_{wi}$  در هر گام، در صورت لزوم می‌توان دبی‌های چاه‌ها و فشار ته چاه را از معادله تزریق به دست آورد:

$$q'_{wi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \left( \frac{B_{oi}}{B_{wi}} \lambda_{oi} + \lambda_{wi} \right) (P_{oi} - P_{bh_i})$$

و یا معادله تولید:

$$q'_{oi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{oi} (P_{oi} - P_{bh_i})$$

و

$$q'_{wi} = \frac{WC_i}{A\Delta x_i} \lambda_{wi} (P_{wi} - P_{bh_i})$$

کسر جزئی آب در چاه تولید:

$$f_{ws_i} = \frac{q'_{wi}}{q'_{wi} + q'_{oi}}$$

در پایان هر گام، قبل از به روز رسانی ضرایب، کلیه محدودیت‌های چاهها باید بررسی شود و در صورت لزوم باید تغییرات لازم در شرایط چاهها داده شود.

## توانایی روش IMPES

تقریب‌های فرض شده در روش IMPES (محاسبه ضرایب در گام زمانی قبل، وقتی که هدف، حل فشارها و اشباع‌شدگی‌ها در زمان جدید است) بر روی حل محدودیت‌هایی می‌گذارد که گاهی اوقات بسیار شدید می‌شود. آشکارا، بزرگترین آنها روی پارامترهای وابسته به اشباع‌شدگی، نفوذپذیری نسبی و فشار موئینگی هستند. این موارد به سرعت با تغییر اشباع‌شدگی تغییر می‌کنند. بنابراین روش IMPES در مواقعی که تغییرات شدیدی اتفاق می‌افتد روش چندان مناسبی نیست.

عموماً IMPES برای شبیه‌سازی در سیستم‌هایی در مقیاس میدان و با بلوک‌هایی با اندازه‌های نسبتاً بزرگ و نرخ‌های تغییر کم استفاده می‌شود. بنابراین، این روش برای شبیه‌سازی تغییرات شدید در نزدیکی چاه‌ها، مانند پدیده‌های مخروطی‌شدن و یا دیگر سیستم‌های حاوی تغییرات شدید استفاده نمی‌شود. به هر صورت، با فراهم کردن گام زمانی کوچک، روش IMPES، حل‌های پایدار و دقیق را در بسیاری از مسائل شبیه‌سازی مخزن فراهم می‌کند.